

# 現像剤の運動挙動への粒子法シミュレーションの適用

Applying a Particle Method to Simulation for Traveling Behavior of Developer

加川 哲哉\*

Tetsuya KAGAWA

高田 洋朗\*

Hiroaki TAKADA

村内 淳二\*\*

Junji MURAUCHI

芝田 兆史\*

Yoshifumi SHIBATA

斎藤 和広\*\*

Kazuhiro SAITO

## 要旨

電子写真プロセスでは各所で現像剤の挙動を把握することが重要となる。トナーの粒子数が比較的少ない領域の数値解析を行う場合、個別要素法を用いることが多いが、現像器内等の現像剤の挙動は粒子数が多く解析エリアが広いために実粒子径と実粒子数を用いる計算は困難であった。

そこで現像剤を連続体近似して非ニュートン流体として扱い、粒子法を用いて数値解析を試みた。塑性は安息角および現像剤の動的な挙動を測定することにより合わせこんだ。場合により磁気力や非圧縮性を考慮した。その結果、現像器内の循環搬送領域の実物実験との良好な対応が確認できたのでその内容を報告する。

## Abstract

Approximating developer by continuum and non-Newtonian fluid, the particle method is applied to mixing and conveying two-component developer powder. Plasticity is measured by angle of repose and dynamic behavior of developer. Magnetic force and incompressibility are taken into consideration, if needed. This result is well fitted to experimental data using a mixing apparatus of a developing unit.

## 1 はじめに

電子写真プロセスでは、トナーボトル、現像器、廃トナーボックスなど、各所で現像剤の搬送性能が重要となる。例えば現像器内の搬送領域では現像ローラから回収した現像剤と新しく供給されたトナーを混合攪拌させながら十分な搬送量で循環させる必要がある。また廃トナーボックスはできるだけスペースを小さくする要求がある一方、廃トナーを詰まらせることなく充填させていくことが必要である。

一般に搬送領域は粒子数が膨大であることから個別要素法などの直接的な解析法では解析モデルの規模が大きくなり、計算時間が長くなる傾向にあった。そこで現像剤を連続体近似して非ニュートン流体として扱い、粒子法を用いて解析を試みた結果、実物実験との良好な対応が確認できたのでその内容を報告する。

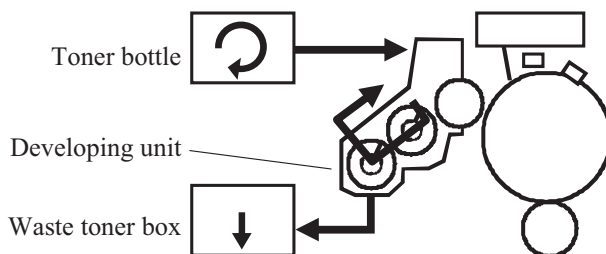


Fig. 1 Transportation of developer.

## 2 粒子法シミュレーション

トナーが現像器から静電潜像に移動する領域を解析する場合、接触力や磁気力を考慮した個別要素法を用いることが多い<sup>1)</sup>。一方、現像器内等の現像剤の流れは解析エリアが広いために実粒子径・実粒子数を用いる計算は事実上困難である。多くの場合粒子径が数倍程度の粒子を用いて数値解析を行っている。また、現像剤挙動を流体問題として扱う提案もなされている<sup>2)</sup>。

数値解析を製品開発に適用しパラメータ設計などを行うには計算時間を実用的な長さとする必要があるため、現像剤を流体で近似して数値解析を行う手法を検討した。

### 2.1 粒子法

流体解析には格子法が一般的であるが、数値拡散の問題があり、長時間にわたり流体の動きを追跡するのに向

\* コニカミノルタビジネステクノロジーズ(株) CAE推進部  
\*\* コニカミノルタビジネステクノロジーズ(株) 作像技術開発部

かない。また界面を補足するため解像度を高くする必要はあるが、比較的単純な形状が多い電子写真プロセスの中でスクリーンや搬送経路は複雑な形状をしており、格子を生成することが困難である。

格子を用いずに微分方程式を一般的に離散化する方法としてMPS (Moving Particle Semi-implicit) 法やSPH (Smoothed Particle Hydrodynamics) 法がある<sup>3)</sup>。これらは粒子法と呼ばれ、移流項を計算する必要がないので数値拡散を気にしなくても良い。計算点が時間と共に移動して行くので流体の動きを追跡するのも都合が良い。またこれらはメッシュフリー法なので複雑な格子を生成する必要がない。

我々はSPH法を用いて現像剤流動解析を行った。SPH法はLucyが提案し、宇宙物理学に広く使用されている粒子法である。SPH法では粒子 $j$ が座標 $x_j$ に存在し、質量 $m_j$ を有するとき、任意の位置 $x$ の密度分布は(1)式のようになる。

$$\rho(x) = \sum_{j=1}^N m_j W(x - x_j, h) \quad (1)$$

$W$ はカーネル関数と呼ばれ、いくつかの種類が提案されている。カーネル関数を決定することは重要であるが、今回は良く用いられている(2)式で表される三次B-スプライン関数を使用した。

$$W = \begin{cases} \frac{1}{\pi h^3} \left( 1 - \frac{3}{2}s^2 + \frac{3}{4}s^3 \right) & (0 \leq s \leq 1) \\ \frac{1}{4\pi h^3} (2-s) & (1 < s \leq 2) \\ 0 & (s > 2) \end{cases} \quad (2)$$

但し、 $s = \frac{x}{h}$   $h$ はカーネルの大きさ

変数 $f$ の分布は式(3)のように表せる。

$$f(x) = \sum_{j=1}^N \frac{f_j m_j}{\rho_j} W(x - x_j, h) \quad (3)$$

変数 $f$ は任意であり、一般の偏微分方程式に対して適用できる。

## 2.2 塑性流体

土石流や塗料、コンクリートのなどの流体は塑性流体と呼ばれ、せん断応力が降伏値以下では流動しない。現像剤も静かに落下させると山を形成して静止したり、狭い搬送路で詰まったりすることから塑性流体の特徴を持つと考える。

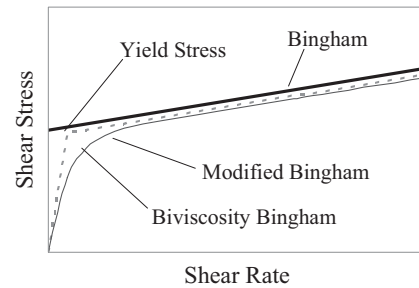


Fig. 2 Dependence of shear stress on shear rate.

塑性流体の構成式としてBinghamモデルを用いた。しかしながら、ずり速度が小さい場合に粘性係数が無限大に近づき計算できなくなってしまう問題があった。そこで実際には粘性を二直線や曲線で近似したBinghamモデルを用いた。主に式(4)で表される二直線近似を使用した。

$$\mu = \mu_r \quad \left( \dot{\gamma} \leq \frac{\tau_y}{\mu_r - \mu_0} \right) \quad (4)$$

$$\mu = \mu_0 + \frac{\tau_y}{\dot{\gamma}} \quad \left( \dot{\gamma} > \frac{\tau_y}{\mu_r - \mu_0} \right)$$

但し $\mu$ は粘度、 $\dot{\gamma}$ はずり速度、 $\mu_0$ は塑性粘度、 $\mu_r$ は立ち上がりの粘度、 $\tau_y$ は降伏応力とする。

## 2.3 磁性流体

二成分現象の場合、非磁性体のトナーと磁性体のキャリアを混合させた現像剤を用いる。磁界中では現像剤に磁気力が働き、現像剤挙動に影響を与える。そこで簡易的に磁気力による影響を考慮するために、計算点である粒子を現像剤の磁性体粒子に見立てて磁気力を算出した。磁性体粒子を計算点の間隔を直径とする球と仮定し、粒子の中心に磁気双極子を配置して磁気相互作用力を算出した。但し回転モーメントは影響が少ないと考えて無視した。粒子 $j$ の磁気双極子 $p_j$ の受ける力 $f_j$ は式(5)で表される。

$$f_j = (p_j \cdot \nabla) B_j \quad (5)$$

$B_j$ は粒子 $j$ の中心における磁束密度で外部磁界と粒子間で発生する磁束密度から与えられる。また磁気双極子 $p_j$ や粒子間で発生する磁束密度 $B_{ij}$ はそれぞれ式(6)(7)で与えられる。

$$p_j = \frac{4\pi}{\mu_0} \frac{\mu - 1}{\mu + 2} \frac{a^3}{8} B_j \quad (6)$$

$$B_{ij} = \frac{\mu_0}{4\pi} \left( \frac{3p_i \cdot r_{ij}}{|r_{ij}|^5} r_{ij} - \frac{p_i}{|r_{ij}|^3} \right) \quad (7)$$

$r_{ij}$ は粒子*i*中心から粒子*j*中心に向かうベクトル、 $\mu$ は透磁率、 $\mu_0$ は真空の透磁率、 $a$ は粒子直径である。

## 2.4 非圧縮性

本現像剤挙動解析では必要に応じて圧力ポアソン方程式を陰的に解いて修正する手法を取り入れた。Fig. 3 に本アルゴリズムのフローを示す。

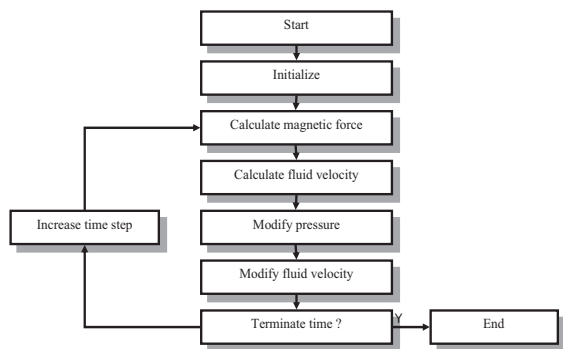


Fig. 3 Flow chart of particle method to simulation of developer powder behavior.

## 3 検証

小さな開口から水平な面に対して少量ずつ現像剤を落下させて堆積させ、その時の安息角を観察した (Fig. 4 上)。複数回測定したが、平均30度前後であった。数値解析でも同様に剛体壁で円筒を作成し、開口から塑性流体を落下させた (Fig. 4 下)。塑性流体の降伏応力を増加させると数値解析の安息角は増大する向きに変化した。また開口部で現像剤が詰まりやすくなった。安息角が概略実験結果と一致するように降伏応力を同定した。

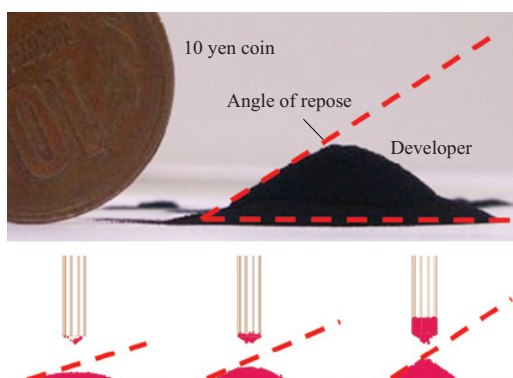


Fig. 4 Measurement for repose angle of developer.

次に現像剤の動的な挙動の様子を観察した。Fig. 5 のように透明な樹脂ケースに現像剤を封入してケースの重心を通る水平方向の回転軸に対して回転させ、液面の様子が観測しやすいように背後から蛍光灯で照らすテスト台を作成し、現像剤の液面を正面のビデオカメラで撮影した。この時、現像剤の量や回転速度を変えて観察を行った。

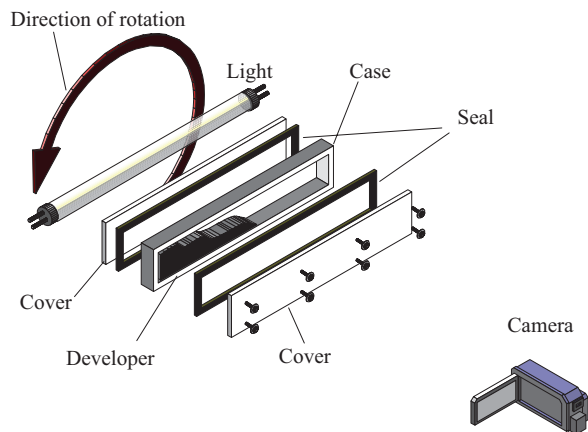


Fig. 5 Schematic diagram of experimental method.

Fig. 6 に0.1回転/秒で回転させた場合の結果を示す。左が撮影した現像剤の液面、右が数値解析結果である。左上から右下まで30度回転毎に表示している。実物測定結果と液面の様子が概略一致していることが分かった。

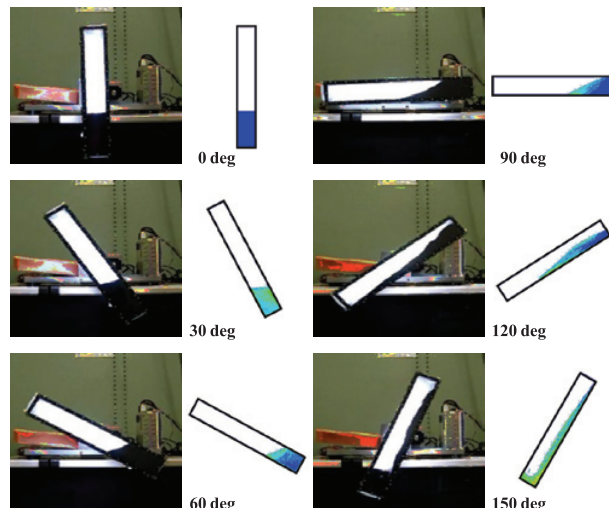


Fig. 6 Comparison of developer surface of experiment to simulation. Left: Experimental result. Right: Simulation result.

また Fig. 7 に十分に遅い角速度で回転させた場合の現像剤の様子を表示した。濃淡はひずみ速度を表している。現像剤中に亀裂が入って面に沿って一部のみが崩れるように移動し他の領域は不動である、塑性流体独特の現象が表せている。

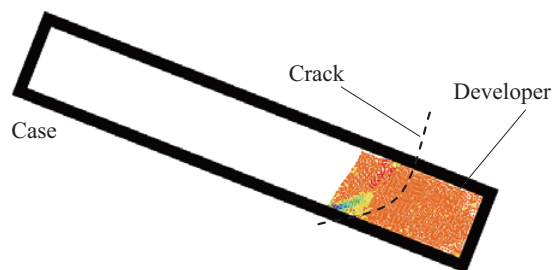


Fig. 7 Simulation of Shear rate of developer.

Fig. 8 に現像剤を磁性流体として扱った場合の現像剤の動きを示す。中央に回転する現像ローラがあり、内部にマグローラが固定されている。現像ローラの上に磁性の板があり現像剤を規制する。壁面も粒子で表し、磁性体の壁は磁性体粒子の集合体として扱った。

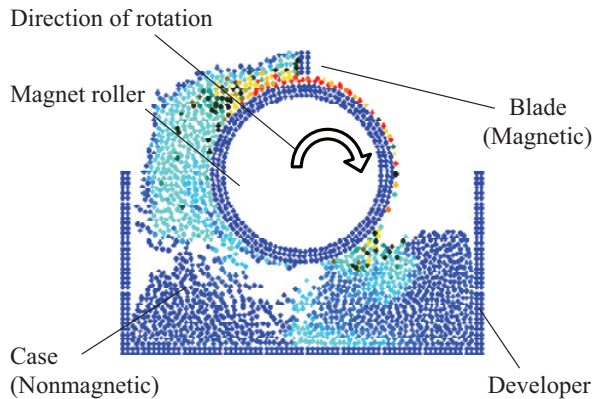


Fig. 8 Simulation of shear stress of developer around magnet roller.

現像剤が現像ローラに引き寄せられ、磁性板で規制されることにより現像ローラ上に滞留している様子が再現できている。

#### 4 製品開発への適用

本手法は現像剤の搬送部全体が対象であるが、今回現像器内の循環搬送領域へ適用した。二成分現像システムでは、現像器内の搬送領域において現像ローラから回収した現像剤と新しく供給されたトナーを混合攪拌させながら十分な搬送量で循環させる必要がある。経験的にパドルが大きい程搬送速度が遅く攪拌性が高くなることが分かっているので本手法で再現を試みた。Fig. 9 (上) に解析モデルを示す。スクリーを剛体面で表し、粒子との間に摩擦接触を設定した。現像剤の一角にトナーを配

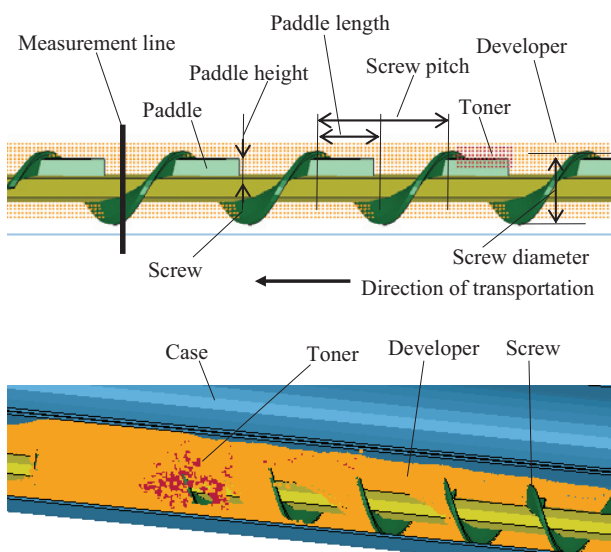


Fig. 9 Simulation model of the developing unit.

置した。現像剤とトナーはそれぞれ同定した降伏応力や比重を使用している。但し粒子間距離は同じ値を用いた。Fig. 9 (下) はスクリーを回転させてある程度時間が経過した後の様子である。1CPUの計算機で1条件当たり2日強を要した。スクリーのパラメータの内、スクリー径、スクリーピッチ、パドル高さ、パドル長さ他を現行中心に3水準設定し、直交表に割り付けて感度解析を行った。

#### 4.1 搬送速度

単位時間にFig. 9 (上) の計測ラインを超えた現像剤量をカウントし、搬送速度とした。Fig. 10 に搬送速度の要因効果図の一部を示す。

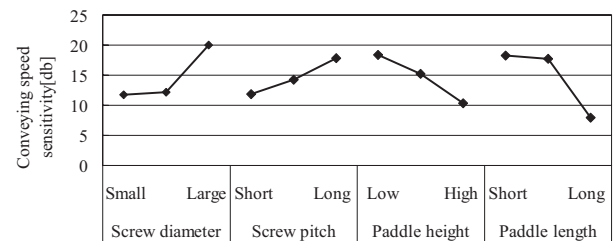


Fig. 10 Graph showing factorial effects of conveying speed of screw (by simulation).

数値解析での結果は経験則と良好な一致を示した。また直交表にないパラメータの組み合わせを別途計算、比較することによりパラメータ間の交互作用がないことを確認した。

#### 4.2 攪拌性

現像剤量のカウントと同時に測定ライン近傍のトナーを表す計算点の密度を計測した。密度は時間により変化するがその最大値の逆数を攪拌性とした。Fig. 11 に攪拌性の要因効果図の一部を示す。

パドルが大きい程攪拌性が良く、経験則と一致した。また各パラメータ間の交互作用は十分小さかった。

スクリー径とスクリーピッチに関して実物で確認した結果をFig. 12 に示す。同じくトナー濃度むらを測定し逆数にした。数値解析結果と方向が一致(丸で囲った部分に対応)しており本解析手法が現像剤挙動の予測に使用できることが確認できた。

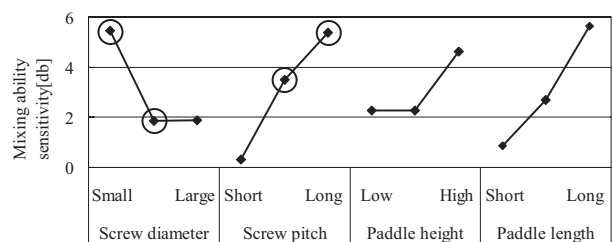


Fig. 11 Graph showing factorial effects of mixing ability of screw (by simulation).



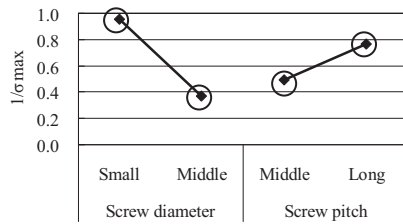


Fig. 12 Dependence of toner concentration on screw parameters (by experiment).

## 5 まとめ

実用的な解析時間で現像剤の挙動解析を行うため、現像剤を連続体近似して流体問題として扱った。その際、数値拡散の問題回避やモデル構築の容易さから粒子法を用いた。また粉体の挙動を模擬するために塑性を考慮し、安息角や現像剤表面の動きから塑性を同定した。搬送領域に適用した結果、比較的短時間で複数パラメータの感度解析を行い、実物実験との良い一致を得ることができた。他のアプローチも探りながら更なる計算時間の短縮と計算安定性向上を行い、製品適用範囲を広げて行きたい。

### ●参考文献

- 1) N.Nakayama, H.Kawamoto: Numerical Simulation of Magnetic Bead Chains in a Magnetic Field Using 3-D Distinct Element Method, The Japan Society of Mechanical Engineers, C70 (691), 805 – 806 (2004) [in Japanese]
- 2) H.Ueki, T.Mitsuya, Y.Takuma, K.Kataoka: Developer Flow Simulation with a Viscous Fluid Model, Thermal Analysis for Fusing System, Journal of Imaging Society of Japan, 43, No.3, 180 – 185 (2004) [in Japanese]
- 3) 越塚誠一: 粒子法 (第二版), (丸善, 2005)

### ●出典

本稿は日本画像学会“Imaging Conference JAPAN 2010”論文集からの転載である。本稿の著作権は日本画像学会が有する。